

翼型和叶栅前后缘局部流场的新精化解法

上海应用数学和力学研究所、上海工业大学
上海机械学院

刘高联*
何 宏

【摘要】 本文提出一种利用前后驻点自动定位来求前后缘局部流场精化解的方法,即在全流场解的基础上,把局部流场解分为两部分的叠加,其中之一是驻点邻区的近似解析解,它吸收了原解中变化急剧的部分,使剩余部分成为变化比较平缓、具有更好的解析性态的分布,因而易于求准确。算例表明,本文方法为提高亚声绕流计算精度,特别是带攻角绕流工况,提供了有效的手段,本文思想也可同变分差分法结合应用。

关键词: 翼型 驻点 自动定位 精化解

1 前 言

机翼和叶栅头部表面的流速和压力分布是进行冷却和强度分析不可少的依据。虽已有许多计算机翼绕流和 S_1 流面上叶栅绕流的方法和程序,但由于在头部处网格畸变或不够密,有时甚至将叶型前后缘近似修改成尖劈状,这样解出的前后缘邻区流场误差太大。统计表明前缘近似处理的影响范围大约波及 15% 弦长,所以选取适当的局部求解域进行修正计算,就显得必要。文献[1]用双重网格法对头部进行了加密计算,文献[2]则用渐近展开匹配法作局部修正。网格加密固然可以提高解的精度,但计算机内存及相应的工作量增加,且网格达到一定密集后,由于采用的计算方法本身的误差,进一步加密网格将不再有助于精度的提高。

为此本文提出一种新的前后驻点自动定位的方法:即以圆、椭圆或抛物线作为机翼或叶片前缘的几何近似,把局部流场解分解为两部分的迭加,一部分即驻点附近流场的近似解析解,可由平面复势函数给出,它吸收了驻点附近流场的剧变部分,使剩余部分的解析性态得到了很大的改善,应用变分有限元这一有效手段将会获得精度更高的流场分析结果,在相同的精度要求下则可用更稀的网格求解,比之常规的有限元或有限差分网格加密法显示了一定的优越性。为我们更好地分析和掌握机翼和叶栅的气动性能提供了有效的手段。

2 求解方法

2.1 一些基本的局部绕流解析解

通常,机翼及各种压气机与透平的叶型前缘有一小段圆弧,视其前缘外型,我们可以假想用圆、椭圆或抛物线近似模拟前缘局部,由平面复势函数给出其有环绕流的解析解,仅以抛物线模拟为例。抛物线方程: $y^2 = 2px$, 抛物线顶点处曲率半径 $R_0 = p$, 这里 p 可由 $R_0 = r_0$ 决定, r_0 为叶型前缘曲率半径。把抛物体的斜向有环绕流看成是 3 种简单流动的迭加: (1) 绕抛物体的环

流; (2) 纯 x 方向来流; (3) 纯 y 方面来流。但对我们目前的任务(驻点自动定位)来说, 可以不考虑第 3 种流动, 于是可写出总复势:

$$W(z) = \Phi + i\psi = (c_1 - i \sqrt{2pu_\infty}) \left[z - \frac{p}{2} \right]^{1/2} + u_\infty(z - p)$$

实部:

$$\varphi(x, y, c_1) = x^2 + y^2 + (1/4)p^2 - px]^{1/4} [\cos\theta + u_\infty \sqrt{2p} \sin\theta] + u_\infty(x - p) \quad (1a)$$

虚部:

$$\psi(x, y, c_1) = x^2 + y^2 + (1/4)p^2 - px]^{1/4} [\sin\theta - u_\infty \sqrt{2p} \cos\theta] + u_\infty y \quad (1b)$$

其中: $\theta = 0.5 \tan^{-1} [y/(x - 0.5p)]$, u_∞ 为自由来流在抛物线轴线上投影的速度, 参变量 c_1 决定驻点位置, c_1 值将由泛函的极值条件来确定。

2.2 具有驻点自动定位功能的变分有限元解法

采用文献[3]中任一变分原理都可, 现用其中的以势函数 Φ 表示的极值变分原理 $J_2(\Phi)$ 为例, 把势函数分解为:

$$\Phi = \Phi^0(x, y, c_1) + F(x, y) \quad (2)$$

故泛函又可表示为 $J_2(F, c_1)$ 。 Φ 即用上面导出的驻点附近流场的解析解(1a)式代替, 它基本上代表了驻点附近流场特有的性态, 其中 c_1 为待定常数, 用以最佳地找到驻点位置。修正部分 $F(x, y)$ 相对于 Φ 而言正是一小量, 是性态大为改善了的分布。

采用九节点等参元把物理平面上的任意四边形元转换成 (ξ, η) 平面边长为 2 的正方形元。单元内有:

$$x = \sum_{n=1}^9 x_n \cdot N_n(\xi, \eta), \quad y = \sum_{n=1}^9 y_n \cdot N_n(\xi, \eta) \quad (3)$$

其中, $N_n(\xi, \eta)$ 为双二次插值函数。把(3)式代入(1a)式便可得到单元内 $\Phi(\xi, \eta, c_1)$ 及其导数 $\partial\Phi/\partial x$, $\partial\Phi/\partial y$, $\partial\Phi/\partial c_1$ 的分布。

单元内势函数 Φ 可表作: $\Phi(\xi, \eta, c_1) = \Phi^0(\xi, \eta, c_1) + \sum_{n=1}^9 F_n N_n(\xi, \eta)$, 代入泛函准确积分或用高斯积分, 单元集总后即得到离散形式的泛函 $J_2(F_i, c_1)$, ($i = 1, \dots, N$, N 为流场节点数)。令泛函的一阶变分等于零, $\delta J_2 = 0$, 即:

$$\delta J_2 = \sum_{i=1}^{N-1} \frac{\partial J_2}{\partial F_i} \delta F_i + \frac{\partial J_2}{\partial c_1} \delta c_1 = 0$$

由于 δF_i 和 δc_1 互相独立, 故有:

$$\frac{\partial J_2}{\partial F_i} = 0 \quad (i = 1, \dots, N), \quad \frac{\partial J_2}{\partial c_1} = 0 \quad (4)$$

于是解联立方程组(4)便可求得 F_i 和 c_1 的值, 从而势函数 Φ 分布也可由(2)式求出。由于 Φ^0

(ξ, η, c_1) 是已知的解析表达式, 其值及其导数值也可以算得很准。 $\sum_{n=1}^9 F_n N_n$ 虽为近似表达式, 但因其函数性态好, 相对于 Φ 而言还是小量, 故解的精度得以提高。

势函数描述的变分原理中, 头部表面上边界条件 $\partial\Phi/\partial n = 0$ 是自然边界条件。求解域其他边界上是本质边界条件。势函数由第 1 步全流场计算时相邻节点上的后插值给出。

统计结果表明, 局部求解域一般取叶片前缘部分 20~40% 左右弦长, 沿叶片表面外法向

具体高度视网格疏密程度而调整。求解叶栅流动时,伸出高度约 30~40% 流道宽,网格自动生成简便,网格生成时也可采用文献[1]提出的组合式二阶曲线拟合方式。

3 算 例

3.1 儒可夫斯基翼型的二维不可压绕流

分别用常规有限元法和本文方法求解其前缘局部流场,并与精确解进行比较。在变工况(攻角 $\alpha = 0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$)下,采用不同网格密度进行了比较计算(图 1)。

3.2 半锥角为 45° 的圆锥形旋成面叶栅不可压绕流局部解^[4]

用旋成面不可压叶栅绕流 S_1 流面势函数解的程序进行第 1 步全流场计算,求得 Φ 分布,再以驻点自动定位的变分有限元法对叶栅头部流场进行局部计算,作为第 1 次全场计算结果的修正(图 2)。

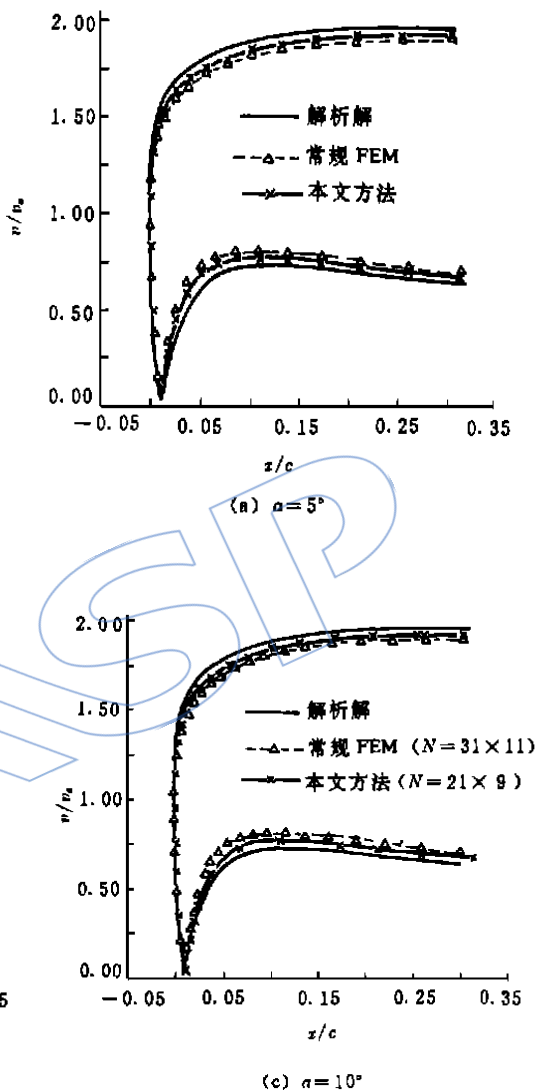


图 1 儒可斯基翼型绕流解

计算结果表明,第 1 步全流场解无法确定驻点位置,而用驻点自动定位法进行局部修正计算后可以给出较准确的头部流场的气动参数,在相同的网格密度下驻点自动定位法的精度高于常规有限元法。图 1(c) 中的计算结果比较说明,更高网格密度的常规有限元法计算精度仍低于网格密度较低的驻点自动定位法。图 1 给出了攻角 $\alpha = 5^\circ, 10^\circ$, 网格数 $N = 31 \times 11$ 时不同方法的计算结果以及 $\alpha = 10^\circ$ 时不同的网格密度的计算结果比较,其它工况下的计算结果比较亦有同样结论。

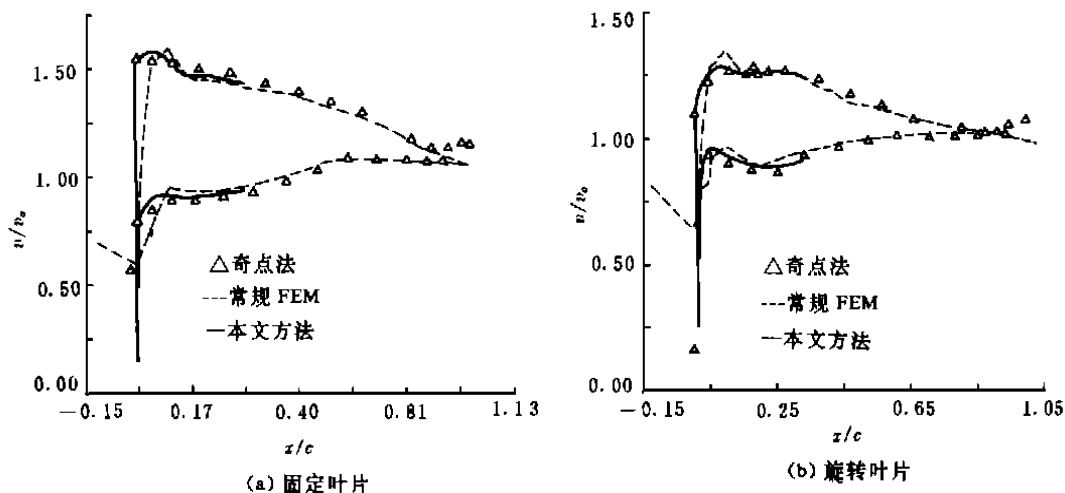


图2 扩张角为 45° 的锥形流面上的叶栅流场解 ($M_{\infty} = 0.1$, 相对进气角 $\theta = 10^\circ$)

4 结 论

在全流场计算结果的基础上进行前缘局部修正, 采用比常规有限元网格加密法更为优越的驻点自动定位的方法, 可以有效地提高机匣和叶栅亚声绕流的计算精度。由于全场和局部计算具有相同的控制方程(或同样的变分原理), 不同的只是区域和边界条件的处理, 故程序方面不会增加很多的工作量。把环量作为未知量代入泛函直接求解显示了变分的优越性。本文思想除了可和变分有限元法结合使用外, 也可以和变分差分法结合使用, 并可推广到其他领域处理一些局部有急剧变化成份或者有奇性的问题。

参 考 文 献

- 1 刘翠娥, 吴文权. 任意非正交曲线坐标 S_1 流面头部双重网格计算方法与计算机程序. 工程热物理学报, 1985, 6(2)
- 2 伍贻兆. 渐近展开匹配法在跨音速钝头薄翼型绕流分析中的应用. 航空学报, 1987, 8(7)
- 3 刘高联. 任意旋成面叶栅气动学正命题的广义变分原理及互偶极值原理. 力学学报, 1979, 11(4)
- 4 Wilkinson D H. Calculation of Blade-to-blade Flow in Turbomachine by Streamline Curvature. ARC RM, 1971: 3704

(责任编辑 魏星禄)

the cascade. The results show that the modification of the end part at the trailing edge of the original blade (which is different from end-bend) would effectively improve the exit air angle spanwise distribution and meet the need of the inlet air angle of next row blades, on condition that the total pressure loss coefficient does not change or decrease. The test results also indicate that although the camber angle of the blades in the end part decreases due to the modification, the passage-mass-averaged value of the camber angle changes few. Otherwise, the air flow through the cascade is the same to the original or even better. This technique has been successfully applied to improving both stall margin and efficiency of axial multistage compressors and to depressing the unsteady pressure disturbance.

A NEW METHOD FOR SOLVING LOCAL FLOW NEAR LEADING OR TRAILING EDGE OF AN AIRFOIL

Liu Gaolian and He Hong

(Shanghai Institute of Mechanical Engineering)

ABSTRACT

a new algorithm coupled with the variational finite element method (FEM) is presented for solving the local flow near the leading or trailing edge of an airfoil or cascade. The solution of the local flow is considered as a combination of two parts. One of them is the approximate analytical solution of the flow near the stagnation point, it absorbs the greatly changing part in the original solution and makes the rest a more smooth distribution with better analytical nature which can be computed more accurately. Taking advantage of the variational principles, it is possible to locate the stagnation point more precisely and automatically. The numerical results show that the method described is effective to solve the subsonic flow accurately, especially in conditions with non-zero angle of attack. The theory can be coupled with the variational difference method as well as the variational FEM.

3-D ANALYSIS OF CIRCUMFERENTIAL GROOVED CASING TREATMENT

Du Zhaohui (*Shanghai Jiaotong University*)

Liu Zhiwei (*Northwestern Polytechnical University*)

ABSTRACT

The 3-D incompressible steady time-averaged N-S equation, continuity equation and $k-\epsilon$ turbulence model equations are applied to calculating the flowfield in the cascade passage with circumferential grooved casing treatment. The mechanism of extending stability of the circumferential grooved casing treatment is elaborated by means of a 3-D viscous numerical simulation. It is revealed that a pressure difference between suction side and pressure side induces a strong gas flow which is absorbed in the pressure side and poured out from the suction side. This flow can blow off the low energy boundary layer efficiently to retard the stall emergence. The physical model and the flow pattern of the flowfields affected by inductive velocities are described. This is a new approach to analysis and design of the compressor casing treatment.

A BIFURCATION PHENOMENON IN COMBUSTOR WITH A NON-SLOT CONICAL SWIRLER

Jiao Shujian, Lee Jin, Liu Jing, Chen Liru

(Tsinghua University)

ABSTRACT

A bifurcation phenomenon was discovered by experiments in a gas turbine combustor with a non-slot conical swirler. With different kind of perturbation, two different flow patterns may be found in the liner of this gas turbine combustor separately. The characteristics of these two flow patterns are quite different as described in great detail in this